

INTERNAL REPORT

Inclinometro per il puntamento di SRT

Franco Buffa

fbuffa@oa-cagliari.inaf.it

Report N. 30, Released: 08 ottobre 2013

Reviewer: Tonino Pisanu



Osservatorio
Astronomico
di Cagliari

Introduzione

Recentemente sono state effettuate alcune campagne di misura con l'inclinometro a due assi Wyler montato sull'asse di elevazione di SRT. Il duplice intento era quello di effettuare una prima verifica della planarità della rotaia e quindi quello di valutare la fattibilità dell'integrazione dell'inclinometro nel sistema di puntamento dell'antenna. Ciò implica un utilizzo in tempo reale dello strumento, dato che dalla misura istantanea delle inclinazioni degli assi di elevazione e di cross-elevazione è possibile inferire in maniera diretta le correzioni da impostare al sistema di puntamento alt-azimutale.

Le ultime misure (settembre 2013) sono state svolte, con l'antenna allo zenith imponendo una velocità costante in azimuth pari a 0.1 deg/s facendo compiere un giro completo all'antenna. Le condizioni meteo-climatiche erano ideali dato che le misure sono state effettuate dopo il tramonto e in condizioni di assenza di vento.

Il grafico di Figura 1 riporta, per il solo asse di elevazione, i risultati delle misure. È ben visibile l'andamento dell'inclinazione della rotaia nel range $-5 \div 5$ arcsec, a questa è però sovrapposta una componente ad alta frequenza che ha caratterizzato tutte le misure sin qui condotte con l'inclinometro.

Da una analisi preliminare dei dati risulta che l'ampiezza di tale componente ad alta frequenza sembrerebbe legata sia alla velocità di tracking (tanto più marcata quanto più velocemente si muove l'antenna) quanto all'intensità delle raffiche di vento. Da notare che questa componente di rumore è del tutto assente nelle misure condotte in laboratorio dove vento e accelerazioni sono assenti.

Qualora l'inclinometro venisse inserito nel sistema di controllo dell'antenna queste componenti di rumore andrebbero rimosse o minimizzate in modo che siano corretti solo gli effetti a bassa frequenza derivanti dalle deformazioni della rotaia e quelli indotti da eventuali gradienti termici che agiscono sugli elementi strutturali dell'alidada.

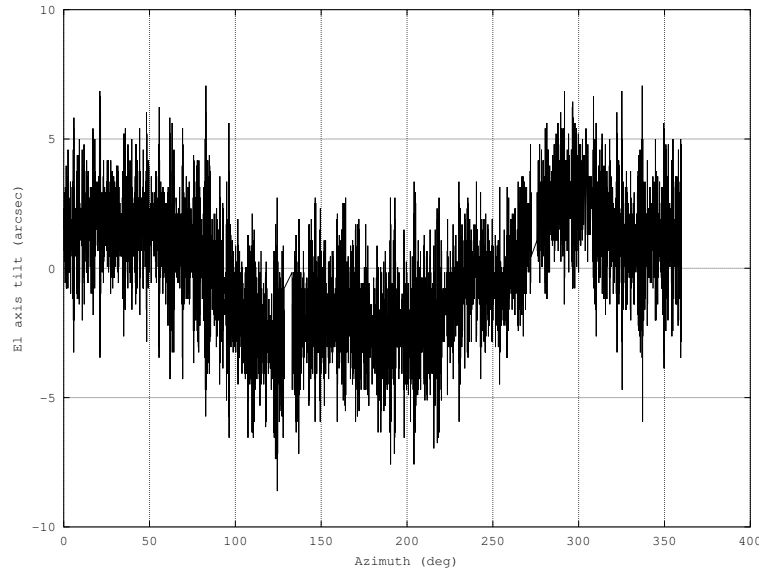


Figura 1: Inclinazione dell'asse di elevazione, misure 24-25 settembre 2013

Le componenti a bassa frequenza sono evidenziate in Figura 2, dove il segnale di Figura 1 è stato filtrato rimuovendo gli effetti indesiderati.

La Figura 3 mostra invece la velocità di tracking durante la misura (valore impostato al sistema $VEL=0.1$ deg/s). È ben visibile l'effetto del controllo dell'azionamento che durante il tracking impartisce comandi discretizzati di velocità. La velocità media risulta uguale a 0.096 deg/s con un RMS pari a 0.039 deg/s. L'effetto, in termini di accelerazioni sull'antenna, è mostrato in Figura 4. Da notare che durante il suo moto, l'antenna è stata soggetta ad accelerazioni trascurabili solo nel 30% dei campioni misurati. Come detto queste variazioni possono iniettare nell'inclinometro una componente di rumore a più alta frequenza. Tali

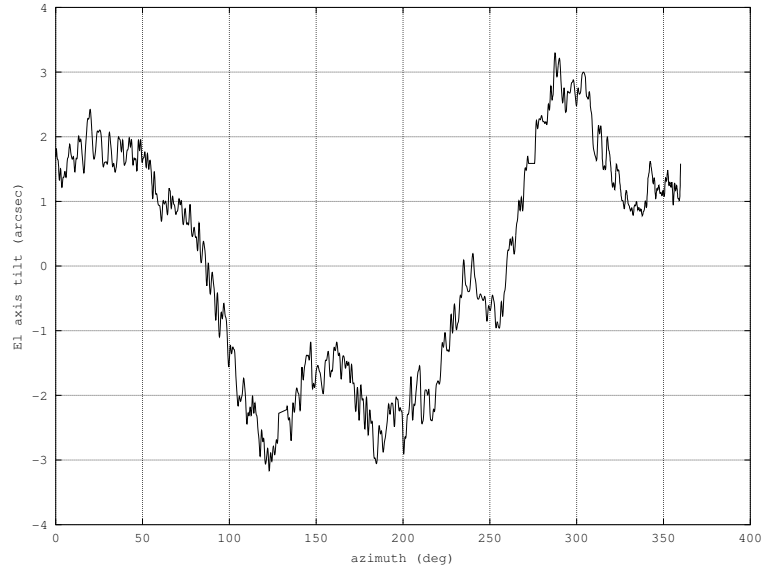


Figura 2: Inclinazione dell'asse di elevazione (smoothing con filtro FFT), misure 24-25 settembre 2013

considerazioni valgono logicamente anche per l'altro asse (cross-elevazione) che per brevità non viene preso in esame in questa fase dell'analisi.

Il filtro FFT usato in Figura 2 o altri filtri basati ad esempio su medie mobili risultano di difficile applicabilità nell'ipotesi di un utilizzo operativo in tempo reale dell'inclinometro in quanto la deprivatione delle componenti di rumore non possono prescindere da una robusta analisi statistica di tali fenomeni.

Il filtro di Kalman, come verrà sinteticamente delineato nella seguente sezione, è un efficiente filtro di natura ricorsiva usato per stimare lo stato di un sistema (*discrete data linear filtering problem*) a partire da una sequenza di osservazioni affette da una componente di rumore. In una delle sue prime applicazioni il filtro fu impiegato con successo per risolvere il problema della stima delle traiettorie dei moduli Apollo.

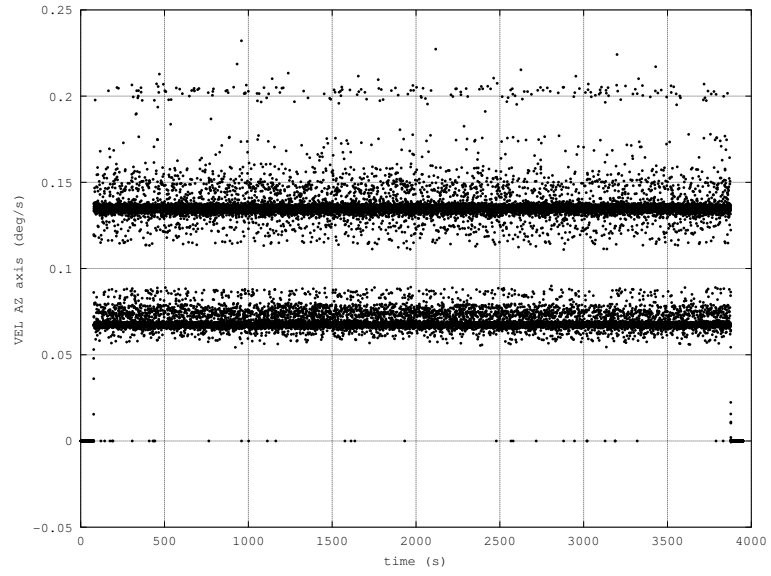


Figura 3: Velocità del moto di azimuth durante il tracking a 0.1 deg/s

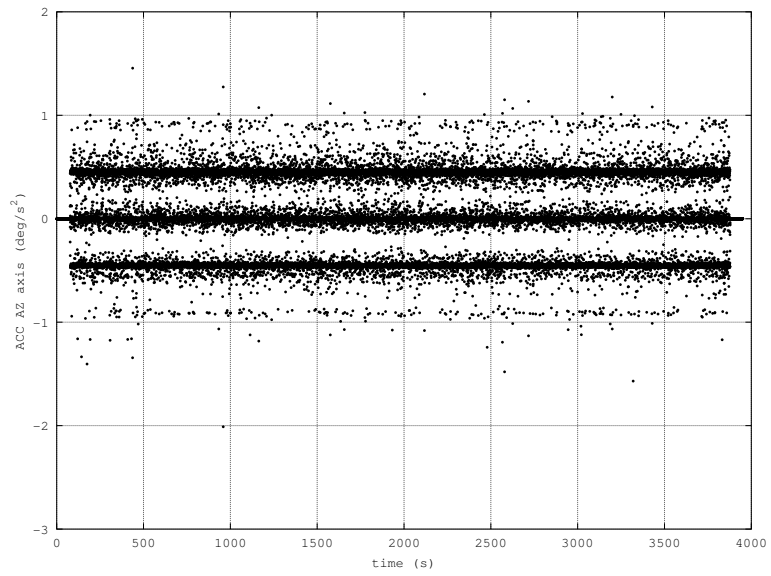


Figura 4: Variazione della velocità del moto di azimuth durante il tracking a 0.1 deg/s

Il filtro di Kalman

Si consideri la rappresentazione dell'evoluzione temporale di un processo stocastico lineare

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_{k-1} + w_{k-1} \quad (1)$$

Dove x_k è il vettore di stato, A l'operatore matriciale che esprime la transizione di stato, u_k è il vettore di controllo (variabile esogena), B l'operatore matriciale associato, $w_{k-1} \sim N(0, Q)$ è la componente di rumore associata al processo e Q la sua covarianza. La variabile di stato x_k è accessibile attraverso la sua misura rappresentata dalla relazione

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (2)$$

Qui z_k è la stima sperimentale dello stato x_k , la matrice H esprime il nostro modello sperimentale mentre $v_k \sim N(0, R)$ è la componente di rumore associata alla misura e R la sua covarianza.

Il filtro di Kalman permette di stimare dinamicamente la variabile di stato attraverso un processo ricorsivo scomponibile in due fasi: la prima Time update (Predict), Equazioni 3 e 4, durante la quale si utilizza l'equazione di stato per una stima *a priori* della variabile di stato \hat{x}_k^- e della covarianza P_k^- associata alla stima; la seconda Measurement update (Correct) durante la quale si utilizza la misura sperimentale per aggiornare *a posteriori* la variabile di stato \hat{x}_k (Equazioni 5, 6 e 7).

Predict:

$$\hat{x}_k^- = A\hat{x}_{k-1} + Bu_{k-1} \quad (3)$$

$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q \quad (4)$$

Correct:

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1} \quad (5)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H\hat{x}_k^-) \quad (6)$$

$$P_k = (I - K_k H)P_k^- \quad (7)$$

Il processo è mediato dall'operatore matriciale K_k , detto Kalman gain, che è definito in maniera tale (Equazione 5) da privilegiare ora la misura z_k ora la stima *a priori* \hat{x}_k^- a seconda di quale delle due variabili risulti più affidabile (trusted) durante il processo.

Il filtro di Kalman è stato applicato alla misura precedentemente descritta simulandone l'impiego on-the-fly sull'antenna. Una opportuna scelta di Q e R è fondamentale per guidare il filtro. Si è stabilito di attribuire gran parte della varianza alla *measurement covariance* R. Ciò ha consentito di trattare la componente deterministica ad alta frequenza di cui si è discusso precedentemente come una componente di rumore da non modellare e quindi da espungere. Nelle Figure 5 e 6 sono rappresentati i risultati dell'applicazione del filtro ai dati già considerati. Le componenti ad alta frequenza hanno entrambe medie nulle mentre le rispettive deviazioni standard sono pari a 1.7 arcsec (σ_{el}) e 2.3 arcsec (σ_{rel}).

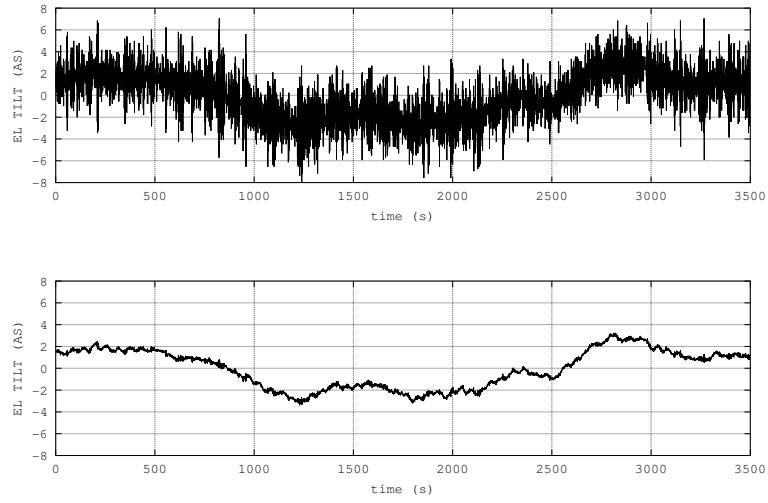


Figura 5: Inclinazione dell'asse di elevazione (sopra), smoothing con filtro di Kalman (sotto)

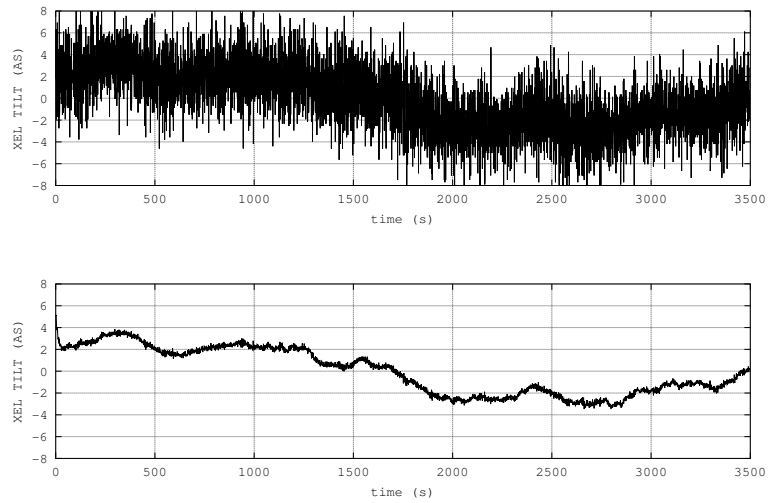


Figura 6: Inclinazione dell'asse di cross-elevazione (sopra), smoothing con filtro di Kalman (sotto)

Conclusioni

L'analisi qui presentata intendeva valutare la fattibilità di un utilizzo in tempo reale dell'inclinometro Wyler per migliorare il puntamento di SRT. Si è mostrato che le misure dinamiche (fatte con l'antenna in movimento) sono inquinate da una componente di rumore ad alta frequenza rispetto agli effetti legati alla planarità della rotaia. Tali effetti possono rendere problematico l'inserimento dei dati dello strumento nel modello di puntamento, ma possono probabilmente essere mitigati *in tempo reale* utilizzando in modo appropriato un filtro di Kalman.

Sono però necessarie altre sperimentazioni che permettano di meglio comprendere la relazione tra la velocità di tracking e la varianza campionaria del rumore. Particolarmente interessante sarebbe associare una misura con l'inclinometro ad una misura astronomica in modo da testare il filtro in un caso realistico dove sono movimentati entrambi gli assi oltretutto a velocità più elevate.

Sarebbe interessante anche poter accedere direttamente ai dati degli azionamenti al livello più basso in modo da minimizzare gli effetti di latenza nell'accesso alle letture degli encoder e meglio valutare le accelerazioni a cui è sottoposta l'antenna. Anche i valori di corrente (o di potenza) dei motori di azimuth durante il tracking costituirebbero un'informazione particolarmente utile (anche al fine di valutare gli effetti del vento).

Appendice

Codice matlab

```
load livella.dat
z=[X' Y'];

[D2,D1] = size(z);

S = []; % variabile di stato
V = []; % err. cov.
G = []; % Kalman gain

I = eye(D1);
H = I;
A = I;

x = H*z(1,:)' ;
P = I*9; % err. cov.
Q = I; % proc. cov.
R = [70 0;0 140]; % meas. cov. (le 2 comp. di rumore hanno varianze differenti)

for i=2:D2
    % predict
    x_est = A*x;
    P_est = A*P*A'+Q;

    % correct
    K = P_est*H'*inv(H*P_est*H'+R);
    x = x_est + K*( z(i,:)' - H*x_est );
    P = (I - K*H)*P_est;

    S = [S x];
    G = [G; K(1,1) K(1,2) K(2,1) K(2,2)];
    V = [V; P(1,1) P(1,2) P(2,1) P(2,2)];
end
```